

CHAPTER

4

Ferdinand P. Beer
E. Russell Johnston, Jr.
John T. DeWolf
David F. Mazurek

Lecture Notes:
J. Walt Oler
Texas Tech University



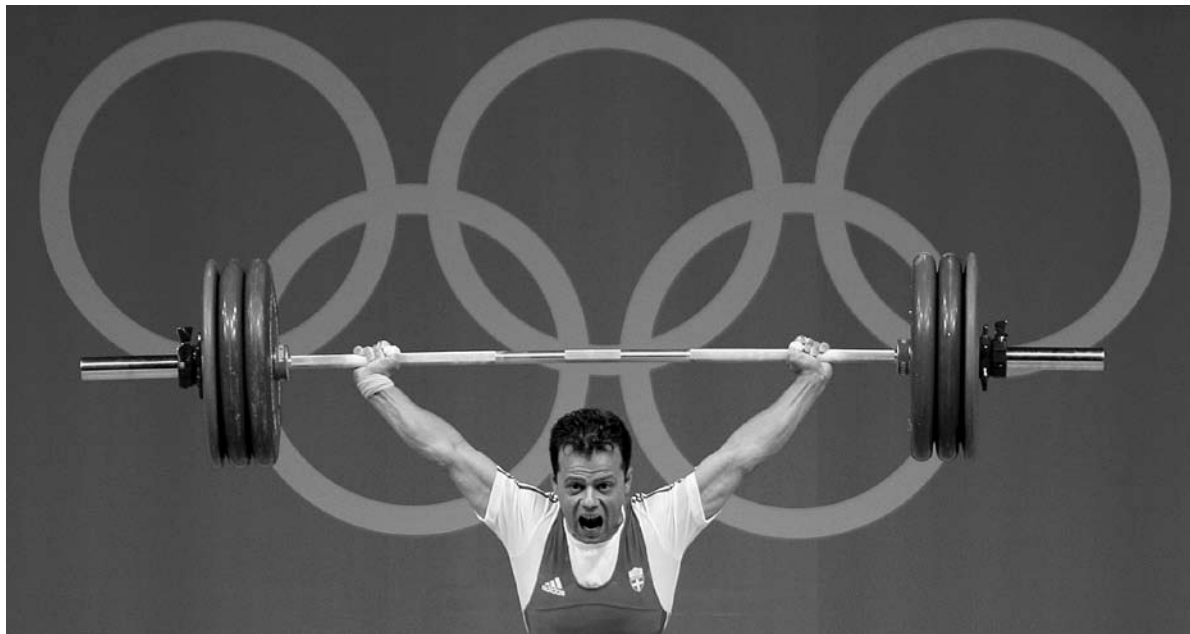
순수굽힘
(Pure Bending)

목차(Contents)

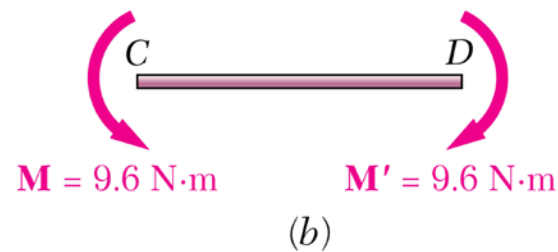
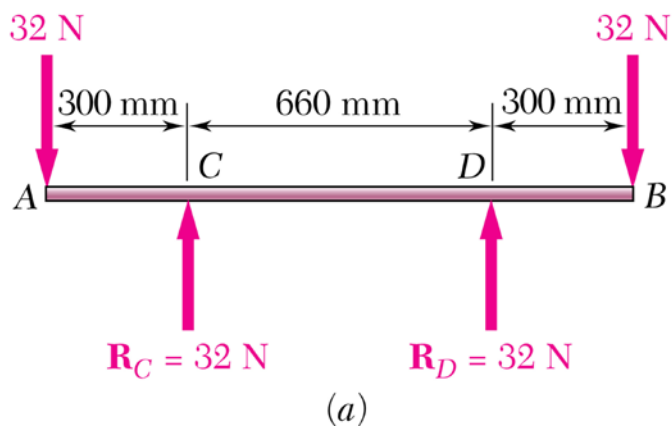
순수굽힘 ([Pure Bending](#))
다른 하중 형태([Other Loading Types](#))
대칭부재의 순수굽힘([Symmetric Member in Pure Bending](#))
굽힘에 의한 변형([Bending Deformations](#))
굽힘에 의한 변형률([Strain Due to Bending](#))
보 단면 특성([Beam Section Properties](#))
미국 표준형 특성([Properties of American Standard Shapes](#))
횡단면에서의 변형([Deformations in a Transverse Cross Section](#))
견본문제 4.2([Sample Problem 4.2](#))
여러 재료로 구성된 부재의 굽힘([Bending of Members Made of Several Materials](#))
예제 4.03 ([Example 4.03](#))
보강 콘크리트 보([Reinforced Concrete Beams](#))
견본문제 4.4([Sample Problem 4.4](#))
응력집중([Stress Concentrations](#))
소성변형([Plastic Deformations](#))
탄소성 재료로 된 부재([Members Made of an Elastoplastic Material](#))

한 개의 대칭면을 지닌 부재의 소성변형
([Plastic Deformations of Members With a Single Plane of S.....](#))
잔류응력([Residual Stresses](#))
예제 4.05, 4.06([Example 4.05, 4.06](#))
대칭면에서 편심 축하중([Eccentric Axial Loading in a Plane of Symmetry](#))
예제 4.07([Example 4.07](#))
견본문제 4.8([Sample Problem 4.8](#))
비대칭굽힘([Unsymmetric Bending](#))
예제 4.08 ([Example 4.08](#))
편심축하중의 일반적인 경우([General Case of Eccentric Axial Loading](#))

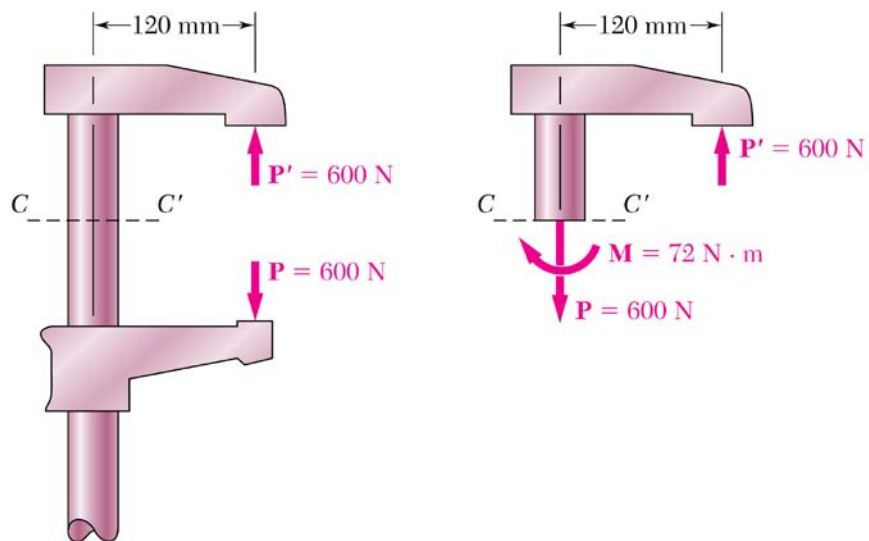
순수굽힘 (Pure Bending)



순수굽힘 (*Pure Bending*):
동일한 면에서 크기가
같고 서로 반대 방향의
우력(couple)을 받는 보

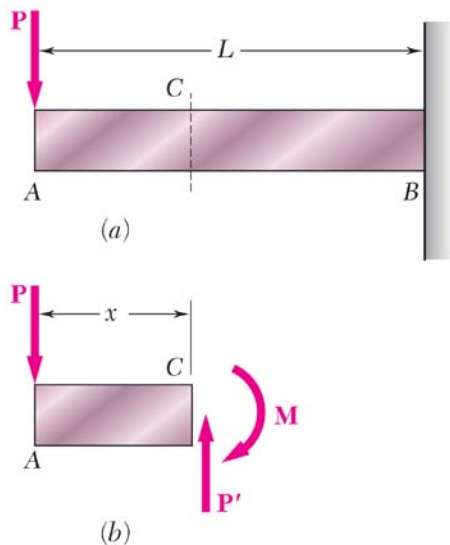


다른 하중 형태 (Other Loading Types)



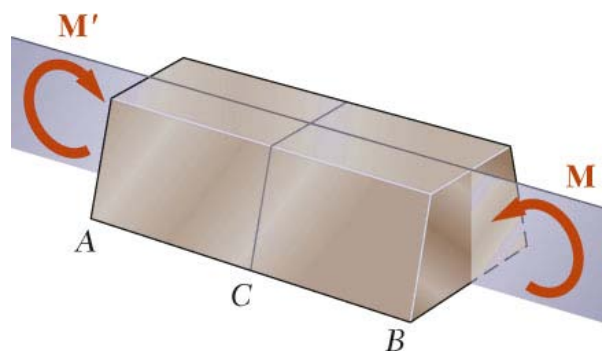
- **편심 하중 (Eccentric Loading):** 단면의 도심을 통과하지 않은 축하중은 축방향 힘과 우력을 발생.

- **횡방향 하중 (Transverse Loading):** 집중하중 또는 분포하중은 전단력과 우력에 상당하는 내력을 발생.

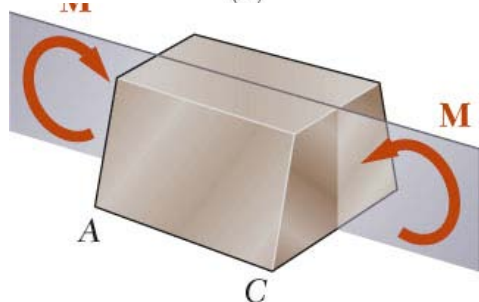


- **겹침의 원리 (Principle of Superposition):** 순수굽힘에 의한 수직 응력은 축하중에 의한 수직 응력과 전단력에 의한 전단응력을 조합하여 전체 응력상태를 구한다.

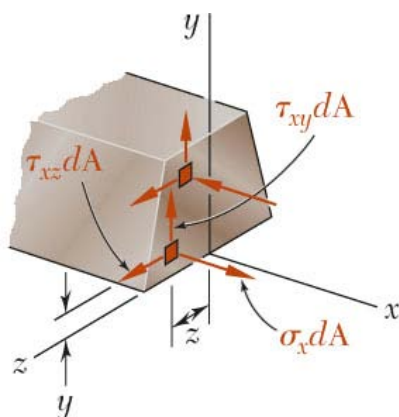
순수 굽힘을 받는 대칭부재(Symmetric Member in Pure Bending)



(a)



(b)



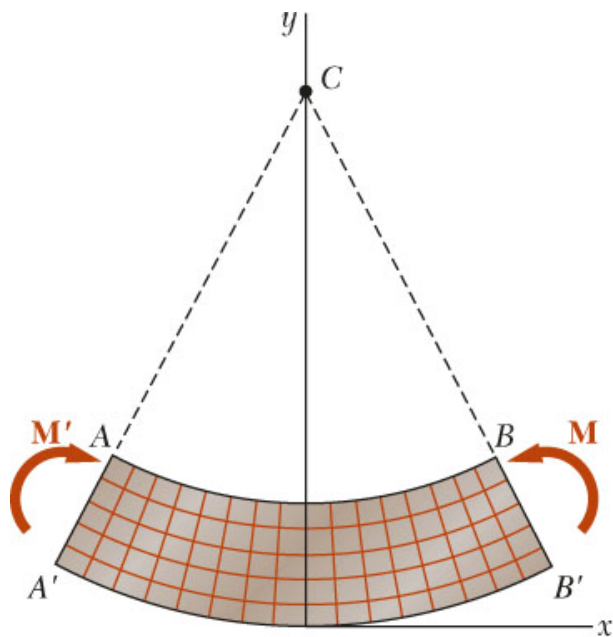
- 순수굽힘 상태에 있는 대칭부재의 임의의 절단면에서의 내력은 모멘트와 동등. 이 모멘트가 그 절단면에서의 굽힘 모멘트(bending moment)이다.
- 정역학에서 모멘트 **M**은 크기는 같고 방향이 반대인 두 힘으로 구성되어 있다.
- 이 힘 성분들의 합은 모든 방향에서 0 이 된다
- 모멘트는 대칭면에 수직한 축에 대한 모멘트와 같으며 대칭면 내에 존재하는 축에 대하여서는 0 이 된다.
- 힘 성분들의 합과 모멘트의 합에 대응하는 힘의 성분들은 모멘트 **M**과 동일하다면 내력과 모멘트 **M**에 대한 평형에 관한 식은 다음과 같다.

$$F_x = \int \sigma_x dA = 0$$

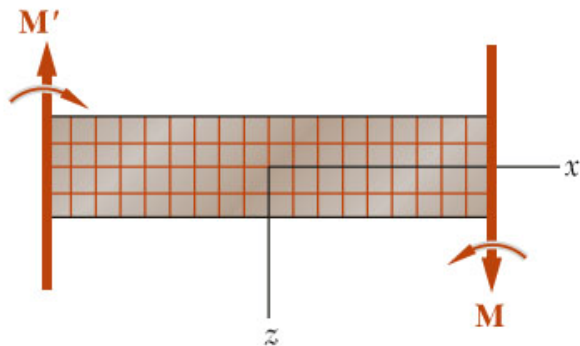
$$M_y = \int z \sigma_x dA = 0$$

$$M_z = \int -y \sigma_x dA = M$$

굽힘에 의한 변형 (Bending Deformations)



(a) Longitudinal, vertical section
(plane of symmetry)

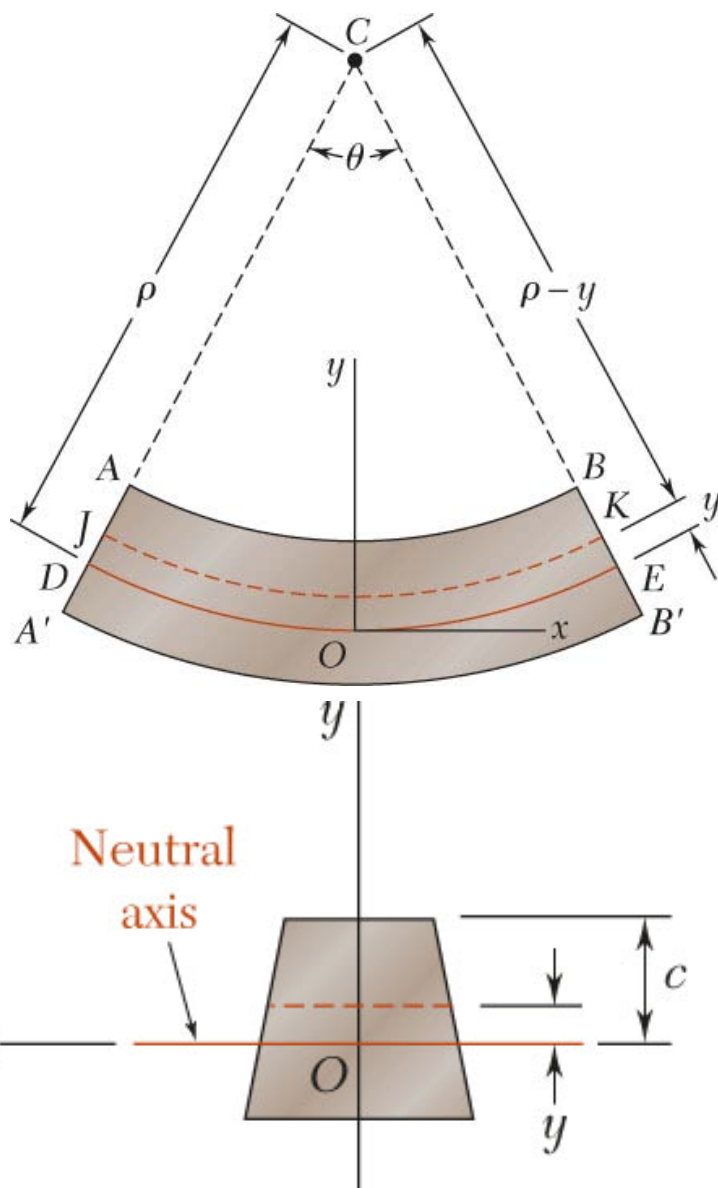


(b) Longitudinal, horizontal section

순수굽힘을 받는 대칭면을 갖는 보:

- 부재는 대칭을 유지
- 원호(circular arc)형으로 균일하게 구부러짐
- 단면은 원호 중심을 통과하고 평면을 유지
- 위 부분의 길이는 줄어들고, 아래 부분의 길이는 늘어난다.
- 중립면(*neutral surface*)은 상부와 하부 면에 평행하게 존재하며, 중립면 길이는 변화되지 않는다.
- 응력(stress)과 변형률(strain)은 중립면 위에서는 음(압축)이고 중립면 아래서는 양(인장)이다.

굽힘에 의한 변형률 (Strain Due to Bending)



길이가 L 인 보의 부분을 고려.

변형 후, 중립면 길이는 L 로 유지. 다른 단면에서는

$$L' = (\rho - y)\theta$$

$$\delta = L' - L = (\rho - y)\theta - \rho\theta = -y\theta$$

$$\varepsilon_x = \frac{\delta}{L} = -\frac{y\theta}{\rho\theta} = -\frac{y}{\rho} \quad (\text{strain varies linearly})$$

$$\varepsilon_m = \frac{c}{\rho} \quad \text{or} \quad \rho = \frac{c}{\varepsilon_m}$$

$$\varepsilon_x = -\frac{y}{c} \varepsilon_m$$

굽힘에 의한 응력 (Stress Due to Bending)

- 선형 탄성재료(linearly elastic material)에 대해서는 ,

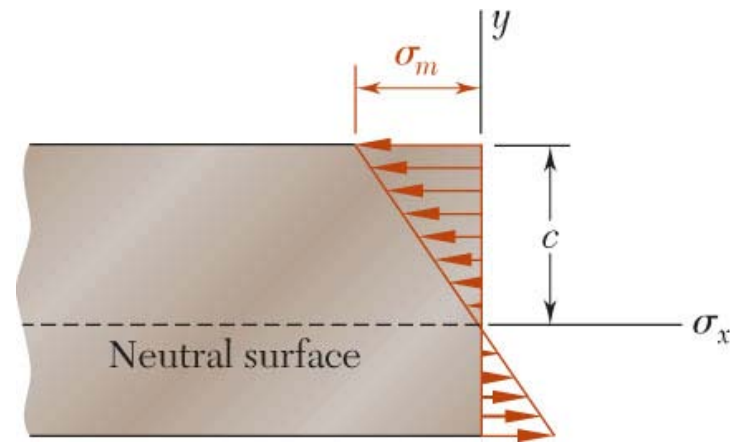
$$\begin{aligned}\sigma_x &= E \varepsilon_x = -\frac{y}{c} E \varepsilon_m \\ &= -\frac{y}{c} \sigma_m \quad (\text{stress varies linearly})\end{aligned}$$

- 정역학 평형조건 식으로부터

$$F_x = 0 = \int \sigma_x dA = \int -\frac{y}{c} \sigma_m dA$$

$$0 = -\frac{\sigma_m}{c} \int y dA$$

중립축에 대한 단면의 일차 모멘트가 0 이다. 따라서 중립축은 단면의 도심을 통과해야 한다.



- 정역학 평형조건,

$$M = \int (-y \sigma_x dA) = \int (-y) \left(-\frac{y}{c} \sigma_m \right) dA$$

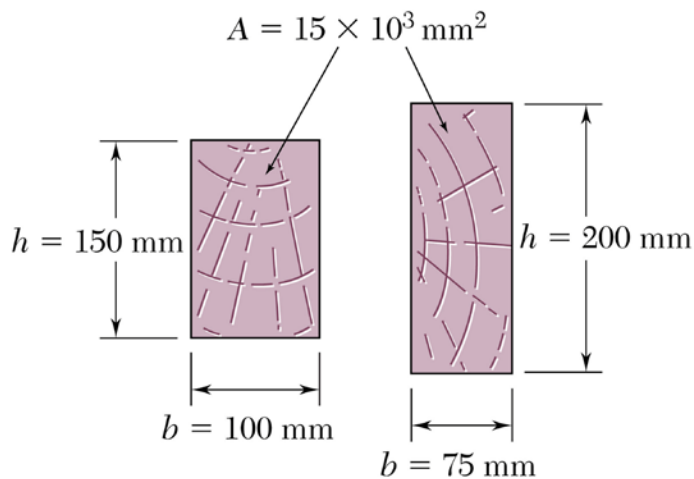
$$M = \frac{\sigma_m}{c} \int y^2 dA = \frac{\sigma_m I}{c}$$

$$\sigma_m = \frac{Mc}{I} = \frac{M}{S}$$

Substituting $\sigma_x = -\frac{y}{c} \sigma_m$

$$\sigma_x = -\frac{My}{I}$$

보 단면 특성 (Beam Section Properties)



- 굽힘에 의한 최대 수직응력

$$\sigma_m = \frac{Mc}{I} = \frac{M}{S}$$

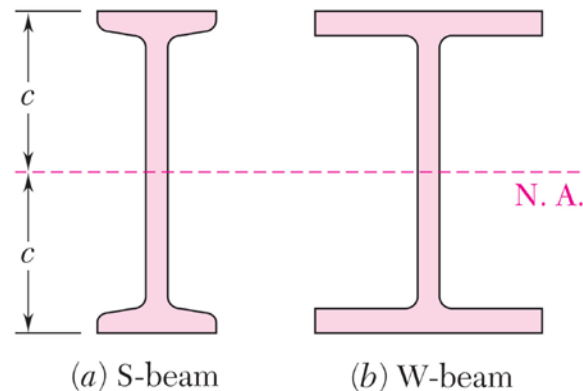
I = section moment of inertia

$$S = \frac{I}{c} = \text{section modulus}$$

큰 단면 계수(section modulus)를 갖는 보가 낮은 최대응력 값을 갖는다.

- 직사각형 단면의 보에서는,

$$S = \frac{I}{c} = \frac{\frac{1}{12}bh^3}{h/2} = \frac{1}{6}bh^3 = \frac{1}{6}Ah$$



동일한 단면적을 갖는 두 보에 대해서, 깊이가 큰 보(beam with the greater depth)가 굽힘에 대한 저항이 더 효과적임.

- 구조용 강재 보는 단면계수가 큰 값이 되도록 설계.

미국 표준 형강 특성(Properties of American Standard Shapes)

횡단면에서의 변형(Deformations in a Transverse Cross Section)

- 굽힘모멘트 M 에 의한 보의 변형은 중립축의 곡률에 의해 값을 구할 수 있다.

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\epsilon_m}{c} = \frac{\sigma_m}{Ec} = \frac{1}{Ec} \frac{Mc}{I} = \frac{M}{EI}$$

- 굽힘모멘트를 받을 경우, 단면은 평면을 유지하지만 면내 변형(in-plane deformation)은 0이 되지 않는다.

$$\epsilon_y = -\nu \epsilon_x = \frac{\nu y}{\rho} \quad \epsilon_z = -\nu \epsilon_x = \frac{\nu y}{\rho}$$

- 중립축 위는 늘어나고 중립축 아래에서는 줄어들어 면내 곡률(in-plane curvature)을 이룬다.

$$\frac{1}{\rho'} = \frac{\nu}{\rho} = \text{anticlastic curvature}$$

